

Paradoxe des anniversaires

Énoncé

- Quelle est la probabilité qu'au moins deux personnes aient leur anniversaire le même jour dans un groupe de 40 personnes ?

Solution

Il est plus simple de passer par le calcul de la probabilité complémentaire $P_{\text{comp}}(N)$, que toutes les N personnes présentes aient leur anniversaire des jours différents. Si on considère une personne à la fois, on multipliera les probabilités indépendantes d'"avoir un anniversaire un jour différent des personnes précédentes" :

- $P_{\text{comp}}(1) = 1 = 365/365$ (trivial pour une seule personne)
- $P_{\text{comp}}(2) = (365/365) * (364/365)$ (pour la deuxième personne, seuls 364 jours sur 365 sont adéquats pour avoir des dates différentes)
- $P_{\text{comp}}(3) = p_{\text{comp}}(2) * (363/365) = 1 * (364/365) * (363/365)$ (pour la troisième personne, seuls 363 jours sur 365 sont adéquats pour avoir des dates différentes)
- ...
- $P_{\text{comp}}(N) = (365 * 364 * 363 * ... * (365 - N + 1)) / (365)^N = (365)! / ((365 - N)! * (365)^N)$

Pour 40 personnes, la réponse $1 - P_{\text{comp}}(40) = 0.89123$

Remarque : discuter de la non-validité de l'approximation de Stirling utilisée.

Programme Python

```
<sxh python;> #!/usr/bin/python # -*- coding: UTF-8 -*- """ Petit programme destiné à répondre à la
question suivante : - Quelle est la probabilité qu'au moins deux personnes aient leur anniversaire le
même jour dans un groupe de 40 personnes. Hypothèses : l'année fait 365 jours et les naissances des
personnes se distribuent uniformément (pas de jumeaux,...) Remarque : la solution doit pouvoir être
généralisée ! """
```

```
from math import log, exp
```

```
# nombre de possibilités différentes # (= nombre de jours d'une année dans les exemples) poss=365
```

```
# nombre d'items (personnes présentes) n=40
```

```
# solution : p = poss ! / ( (poss-n) ! * poss^n)
```

```
pcomp=1. for i in range(poss, poss-n, -1):
```

```
    pcomp=pcomp*i/poss
```

```
print "calcul exact : ",pcomp, 1.-pcomp
```

```
# calcul suivant l'approximation de Stirling (  $\ln(j!) \sim j \ln(j) - j$  ) # l'approximation est d'autant plus  
valable que poss est grand et  $n \ll \text{poss}$  pcomps=exp(poss*log(poss)-poss - (poss-n)*log(poss-n) +  
(poss-n) - n*log(poss))
```

```
print "Approximation de Stirling : ",pcomps, 1.-pcomps </sxh>
```

Problème analogue

- Quelle est la probabilité de recevoir 40 cartes cadeaux différentes (aucun "double") sur 216 types différents de cartes distribuées comme jeu-concours aux caisses d'un supermarché
- Si ce genre d'événement se produit fréquemment, que pouvez-vous en conclure ?
- Discuter des stratégies appliquées par les personnes qui organisent ce genre de jeu-concours

Références

- http://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_des_anniversaires
- http://en.wikipedia.org/wiki/Birthday_problem

From:
<https://dvillers.umons.ac.be/wiki/> - **Didier Villers, UMONS - wiki**

Permanent link:
https://dvillers.umons.ac.be/wiki/teaching:exos:paradoxe_anniversaires?rev=1350905231

Last update: **2012/10/22 13:27**

